

**В.С. Григорків**, д.ф.-м.н., професор,  
<https://orcid.org/0000-0003-4866-946X>

**М.В. Григорків**, д.е.н., доцент,  
<https://orcid.org/0000-0003-3327-991X>

Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича,  
м. Чернівці

## **МОДЕЛІ ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНИХ ФУНКЦІЙ ЯК ІНСТРУМЕНТАРІЙ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ У РИНКОВІЙ ЕКОНОМІЦІ**

### *Анотація*

**Актуальність. Постановка проблеми.** В умовах визначеності у процесах управління еколого-економічними системами, зокрема оптимізаційних та функціональних еколого-економічних моделей, які тісно пов'язані між собою і у певному сенсі є моделями-еквівалентами, проаналізовано можливості застосування різних класів моделей для підтримки прийняття рішень. До таких моделей належать моделі, які описують еколого-економічну взаємодію за допомогою задач математичного, у тому числі лінійного програмування. Специфіка цих моделей полягає у тому, що їх оптимальні значення є функціями від параметрів моделей, які відображають як економічні, так і екологічні характеристики досліджуваних процесів, тому моделі такого типу є неявними відображеннями множини допустимих значень їх параметрів у множину оптимальних значень цільових функцій. Ці відображення є числовими функціями залежності оптимальних значень від параметрів моделей, які у випадку лінійних оптимізаційних моделей можуть бути побудовані у явному аналітичному вигляді, а їхні властивості є близькими до так званих неокласичних функцій, які використовуються у теорії споживання, виробництва тощо.

**Мета дослідження** – формалізація деяких оптимізаційних моделей еколого-економічних систем, а на основі цих моделей – еколого-економічних функцій як спеціальних моделей для обґрунтування та прийняття рішень, які сприяють встановленню та розвитку екологічної економіки.

**Методологія.** У процесі виконання дослідження використано загальнонаукові теоретичні методи.

**Результати дослідження.** У роботі запропоновано оптимізаційні еколого-економічні моделі максимізації випуску продукції та прибутку від нього. Цільовими функціями цих моделей є відповідно функції випуску та прибутку, а допустиму множину використовуваних виробничих ресурсів формують обмеження на економічні та екологічні ресурси виробника. Вектори максимально можливих обсягів цих ресурсів служать для побудови на основі зазначених моделей еколого-економічних функцій оптимальних випуску та прибутку, які є функціональними моделями прийняття рішень у екологічній економіці. **Практичне значення.** Ці функції, як і інші моделі такого класу, є ефективним інструментарієм підтримки прийняття рішень на практиці, оскільки вони є більш зручним інструментом для тих, хто відповідає за прийняття рішень та реалізує їх. Обґрунтовано алгоритм побудови таких функцій та їх особливості для практичного застосування, яка полягає у тому, що вони моделюють жорсткий контроль за виконанням виробником екологічних норм, що мотивує виробника притримуватися екологічних стандартів виробництва та відповідного екологічного законодавства. Як моделі прийняття рішень, запропоновані моделі еколого-економічних функцій мають важливе практичне значення для розробки екологічних нормативів і технологічної політики країни чи її регіонів.

*Ключові слова:* модель, прийняття рішень, лінійна оптимізаційна модель, еколого-економічні функції, екологічні обмеження.

*Кількість джерел:* 10.

**Vasyl Hryhorkiv**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences,  
Professor,

*<https://orcid.org/0000-0003-4866-946X>*

**Mariia Hryhorkiv**, Doctor of Economic Science, Associate professor,

*<https://orcid.org/0000-0003-3327-991X>*

Yuri Fedkovich Chernivtsi National University, Chernivtsi

## **MODELS OF ECOLOGICAL AND ECONOMIC FUNCTIONS AS TOOLS OF DECISION SUPPORTING IN MARKET ECONOMY**

### *Summary*

There have been analyzed the possibilities of using different classes of models to support decision-making in terms of certainty in the management of ecological and economic systems, including optimization and functional ecological and economic models, which are closely related and in some sense are equivalent models. Such models include those describing ecological and economic interaction by means of the problems of mathematical and linear programming. The specificity of these models is that their optimal values are functions of

model parameters that reflect both economic and environmental characteristics of the studied processes, so this type of model is an implicit reflection of the set of allowable values of their parameters in the set of optimal values of objective functions. These reflections are numerical functions of the dependence of optimal values on model parameters, which in the case of models of linear optimization can be constructed in an explicit analytical form, and their properties are close to the so-called neoclassical functions used in the theory of consumption, production and so on. The paper proposes optimization of ecological and economic models for maximization of output and profit from it. The target functions of these models are the functions of output and profit respectively, and the admissible set of used production resources are formed by the restrictions on economic and environmental resources of the manufacturer. The vectors of the maximum possible volumes of these resources are used to build, on the basis of these models, ecological and economic functions of optimal output and profit, that are the functional models of decision-making in ecological economy. These functions, like other models in this class, are an effective tool to support decision-making in practice as they are a more convenient tool for those responsible for making decisions and implementing them. The algorithm for constructing such functions and their peculiarity for practical application is substantiated, which lies in the fact that they model strict control over the manufacturer's compliance with environmental standards, motivates the manufacturer to adhere to environmental production standards and relevant environmental legislation. As decision-making models, the proposed models of ecological and economic functions are of great practical importance for the development of environmental standards and technological policy of the country or its regions.

*Keywords:* model, decision making, linear optimization model, ecological and economic functions, ecological restrictions.

*Number of sources* – 10.

**Постановка проблеми.** Економічні системи, тобто будь-які економічні, соціально-економічні, еколого-економічні явища та процеси загалом, дослідження яких здійснюється за допомогою системного підходу, є складними системами. Принципова особливість цих систем у тому, що вони досягають своєї мети під впливом людського фактора, усвідомлена участь якого у функціонуванні економічних систем характеризує їх як системи управління. Однак завдання управління економікою на будь-якому рівні її агрегування потребує глибокого наукового обґрунтування, результати якого формують відповідну базу знань та інструментів для підтримки прийняття управлінських рішень. Важливу роль у цьому відіграють економіко-математичні методи та моделі, без яких

на сучасному етапі розвитку науки практично неможливо досягти ефективних результатів досліджень. Оскільки в економіці, як і в багатьох інших сферах людської діяльності (наприклад, у соціальній сфері чи сфері інформаційних технологій), доводиться приймати рішення в умовах визначеності, невизначеності та конфлікту, то відповідні моделі прийняття рішень повинні адекватно відображати умови прийняття рішень та їх інформаційне забезпечення. Зазначимо також, що моделі, які призначені для підтримки прийняття рішень, можуть відноситися до різних класів, зокрема бути функціональними, структурними, оптимізаційними, неоптимізаційними тощо, але усі вони підпорядковані єдиній меті – прийняттю ефективних управлінських рішень. Проблематиці побудови оптимізаційних моделей екологічної економіки та відповідних цим моделям функціональних аналогів або так званих еколого-економічних функцій оптимальних цільових критеріальних значень цих моделей присвячено дослідження даної праці.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Прийняття рішень в економіці з метою її екологізації та становлення екологічно та соціально збалансованого економічного розвитку сьогодні належить до тих актуальних напрямків наукових досліджень, які є вкрай важливими не тільки для науки, але й для життєдіяльності людського суспільства та його майбутніх перспектив. Тематика великої кількості публікацій як у світовому, так і вітчизняному науковому просторі безпосередньо стосується цієї проблематики, тому їх навіть дуже короткий огляд у межах цієї праці є неможливим. Однак зазначимо, що серед дослідників еколого-економічних систем і сталого розвитку є ті, які фактично започаткували цей напрям у науці. До них належить, наприклад, ціла плеяда учасників Римського клубу [1], зокрема розробники так званих глобальних еколого-економічних моделей Дж. Форрестер, Д. Медоуз, Е. Пестель, М. Месарович та багато інших науковців, аналіз результатів

яких здійснено у низці наукових досліджень, у тому числі у роботі [2]. За своєю сутністю абсолютна більшість наукових публікацій, які стосуються процесів еколого-економічної взаємодії та сталого розвитку, спрямовані на вдосконалення підходів і механізмів управління економікою в умовах її екологізації та соціалізації, тобто пов'язані із підтримкою та прийняттям управлінських рішень в економіці. До таких публікацій належать також роботи, присвячені моделюванню еколого-економічних функцій як функціональних моделей економічної поведінки та оцінювання рівня екологічності економіки, які є зручними інструментами підтримки прийняття рішень на практиці. Відрадно зазначити, що у цій проблематиці вагоме місце займають також праці вітчизняних дослідників, зокрема праці одного із співавторів цього дослідження [3; 4], Л. М. Буяк [5; 6], Ю. П. Тадеєва [7], І. М. Ляшенка та Л. З. Хрущ [8; 9] та інших. У сенсі розвитку методології побудови моделей еколого-економічних функцій та їх застосування у прийнятті рішень розробки зазначених авторів служать ідейною та інструментальною основою для подальших досліджень у цьому напрямі.

**Формулювання цілей статті.** Із теорії оптимізації відомо, що функція значень оптимізаційної моделі, зокрема, моделі, яка формалізується задачею математичного програмування, має важливу прикладну інтерпретацію і використовується при вивченні залежності максимальних чи мінімальних значень цільової функції від векторів обмежень задачі, тобто від тих чи інших параметрів задачі. Ці параметри можуть мати різний зміст і по-різному впливати на розв'язок оптимізаційної моделі та відповідне цьому розв'язку значення, але основні властивості функції значень залишаються незмінними і достатньо близькими до властивостей загальновідомих у економіко-математичній літературі неокласичних функцій корисності, випуску тощо [10]. Однак специфіка цих функцій саме у тому, що у неявній формі вони задаються оптимізаційними моделями

прийняття рішень, зокрема моделями в умовах визначеності, а, отже, їх застосування у алгоритмах формування управлінських рішень є достатньо обґрунтованим і ефективним, особливо коли ці функції вдається побудувати у вигляді явної аналітичної залежності. Метою даного дослідження є формалізація деяких оптимізаційних моделей еколого-економічних систем, а на основі цих моделей – еколого-економічних функцій як спеціальних моделей для обґрунтування та прийняття рішень, які сприяють встановленню та розвитку екологічної економіки.

**Виклад основного матеріалу.** Спочатку розглянемо одну із найпростіших у плані формалізації модель оптимізації виробництва, яка полягає у максимізації випуску продукції з урахуванням як економічних, так і екологічних факторів. Така модель належить до класу прийняття рішень в умовах визначеності та формалізується за допомогою задачі математичного програмування, до постановки якої, власне кажучи, приступимо. Нехай для функціонування деякого однопродуктового виробництва використовується  $n$  видів виробничих ресурсів, причому застосування цих ресурсів характеризується певними обмеженнями, наприклад обмеженнями, пов'язаними із фінансовими можливостями виробника, наявністю засобів виробництва тощо. Вектор ресурсів для цих обмежень позначимо через  $r = (r_1, \dots, r_l)^T$  ( $T$  – транспонування,  $r_i$  – максимально допустима величина ресурсу для  $i$ -го обмеження), а матрицю нормативних коефіцієнтів використання ресурсів обмежень – через  $K = (k_{ij})_{i,j=1}^{l,n}$  ( $k_{ij}$  – величина ресурсу для  $i$ -го обмеження, яка необхідна для використання однієї одиниці  $j$ -го виробничого ресурсу). Якщо  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – обсяги задіяних у виробництві виробничих ресурсів, то вони повинні задовольняти умови

$$Kx \leq r, \tag{1}$$

де  $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ . Система нерівностей (1) описує допустиму множину виробничих ресурсів, яка залежить від технологічних можливостей виробничого процесу, тобто обмеження (1) мають економічний характер. Тепер уточнимо екологічні обмеження для виробництва, ввівши у розгляд матрицю  $D = (d_{ij})_{i,j=1}^{m,n}$  питомих (нормативних) випусків забруднювачів у процесі використання виробничих ресурсів ( $d_{ij}$  – кількість одиниць  $i$ -го забруднювача, яке продукується під час використання однієї одиниці  $j$ -го виробничого ресурсу) та вектор  $z = (z_1, \dots, z_m)^T$  допустимих екологічних нормативів або максимально допустимих викидів забруднення. Отже, екологічні обмеження на виробництво продукції мають вигляд

$$Dx \leq z. \quad (2)$$

Зрозуміло також, що обсяги виробничих ресурсів є невід'ємними величинами, тобто

$$x \in \mathbb{R}_+^n, \quad (3)$$

де  $\mathbb{R}_+^n$  – невід'ємний ортант векторного (точкового) простору  $\mathbb{R}^n$ . Якщо випуск продукції задається функцією випуску (виробничою функцією)  $\varphi(x) = \varphi(x_1, \dots, x_n)$ , то метою виробника є максимізація випуску продукції на допустимій множині обсягів використаних виробничих ресурсів, для яких виконуються обмеження (1)-(3). Інакше кажучи, еколого-економічна модель максимізації випуску продукції формалізується задачею

$$\begin{cases} \varphi(x) \rightarrow \max, \\ x \in X, \end{cases} \quad (4)$$

де описана вище співвідношеннями (1)-(3)  $X$  – допустима множина.

У випадку лінійної цільової функції

$$\varphi_n(x) = \langle c, x \rangle = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (5)$$

модель (4) конкретизується задачею лінійного програмування.

$$\begin{cases} \langle c, x \rangle \rightarrow \max, \\ x \in X. \end{cases} \quad (6)$$

Зазначимо, що у функції (5)  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  – операція скалярного добутку, а  $c = (c_1, \dots, c_n)^T$  – вектор нормативних коефіцієнтів випуску продукції при використанні одиничних обсягів виробничих ресурсів. Стосовно вектора  $c$ , який вважається заданим, логічно припускати, що його компоненти, які відповідають найбільш токсичним виробничим ресурсам, тобто таким ресурсам, використання яких супроводжується появою значної кількості забруднювачів або забруднювачів, особливо небезпечних для довкілля, є достатньо малими величинами. Таке припущення означає, що використання токсичних ресурсів фактично знижує випуск продукції та ефективність виробництва. Ці ресурси доцільно використовувати лише у разі крайньої потреби, коли обійтися без них неможливо.

Зупинимося детальніше на лінійній моделі (6). Вважаючи, що у цій моделі вектори  $r$  та  $z$  є векторами – параметрами, а оптимальне значення цільової функції  $\varphi_n^* = \langle c, x^*(r, z) \rangle$  – залежним від цих параметрів значенням  $(x^*(r, z) - \text{розв'язок (6) при заданих } r, z)$ , нескладно зрозуміти, що модель (6) неявно задає числову функцію  $F : P \rightarrow \mathbb{R}_+$ , де  $P$  – область допустимих значень параметрів  $r$  та  $z$  ( $P \subseteq \mathbb{R}_+^{l+m}$ ), а  $\mathbb{R}_+$  – множина невід'ємних дійсних чисел. Функція  $F = F(r, z)$  кожному набору параметрів  $(r, z) \in P$  ставить у відповідність числове значення  $\langle c, x^*(r, z) \rangle$ . Щодо області  $P$  слід підкреслити, що вона має бути такою, щоб допустима множина  $X$  моделі (6) була непорожньою, тобто функція  $F$  насправді визначена



і має зміст лише в області  $P = \{(r, z) \in \mathbb{R}_+^l \times \mathbb{R}_+^m / X = X(r, z) \neq \emptyset\}$ .

Ця область є опуклою множиною. Що стосується властивостей функції  $F$ , то, враховуючи результати досліджень [3; 4], легко встановити, що в області  $P$  ця функція буде угнутою, неперервною у всіх внутрішніх точках, монотонно неспадною по компонентах векторів  $r$  та  $z$  (якщо всі компоненти вектори  $c$  невід'ємні), додатно однорідною першого степеня та у загальному випадку кусково-лінійною. Очевидно, що ці властивості є досить близькими до властивостей неокласичних функцій, про що уже йшлося раніше. Однак для нас принципово важливим є те, що функція  $F$  є еколого-економічною функцією, наявність якої означає, що ми маємо достатньо зручний та ефективний інструментарій для підготовки управлінських рішень щодо процесів екологізації економіки.

Ефективність такого інструментарію очевидна, якщо еколого-економічну функцію  $F$  вдається побудувати у явному аналітичному вигляді. Виявляється, що це можна зробити, скориставшись результатами теорії двоїстості задач лінійного програмування [3; 4; 10]. Для цього потрібно: а) до моделі (6) виписати двоїсту модель

$$\begin{cases} \langle r, \lambda \rangle + \langle z, \mu \rangle \rightarrow \min, \\ K^T \lambda + D^T \mu \geq c, \\ \lambda \in \mathbb{R}_+^l, \mu \in \mathbb{R}_+^m, \end{cases} \quad (7)$$

де  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_l)^T$ ,  $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_m)^T$  – вектори відповідних двоїстих змінних; б) з огляду на обмеження моделі (7) знайти усі опорні розв'язки системи алгебраїчних рівнянь

$$K^T \lambda + D^T \mu - \gamma = c \quad (8)$$

або так звані вершини відповідного допустимого многогранника ( $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_n)^T \in \mathbb{R}_+^n$  – вектор невід'ємних допоміжних змінних у системі (8)); в) із урахуванням основного для взаємно двоїстих задач співвідношення

$$\langle c, x^*(r, z) \rangle = \langle r, \lambda^* \rangle + \langle z, \mu^* \rangle, \quad (9)$$

де  $(\lambda^*, \mu^*)^T$  – деяка вершина допустимого многогранника моделі (7), побудувати відповідну цій вершині область зміни параметрів  $r$  та  $z$ , у якій  $(\lambda^*, \mu^*)^T$  – розв’язок двоїстої задачі (7), а функція  $F$  задається формулою (9). У подальшій конкретизації цього алгоритму немає потреби. Підкреслимо лише, що, реалізувавши вказаний алгоритм, ми отримаємо модель еколого-економічної функції  $F$ , формалізованої уже у явному аналітичному вигляді. Ця функція як повний еквівалент оптимізаційної моделі прийняття рішень (6) також буде однією з моделей прийняття рішень. У сенсі практичного застосування її переваги над моделлю (6) очевидні, оскільки побудувавши функцію  $F$ , ми можемо без зайвих обчислювальних процедур багатократно використовувати її для оцінювання рівня екологічності виробництва, який визначається значенням цільової функції (5), при різних комбінаціях економічних і екологічних ресурсів, що є актуальним для аналізу допустимих рішень, їх обґрунтування та кінцевого вибору найбільш раціонального рішення.

Клас моделей еколого-економічних функцій, які є функціями оптимальних значень оптимізаційних еколого-економічних моделей, достатньо широкий, тому у більшості випадків, коли вдається побудувати таку функцію, саме її є зміст застосовувати у задачах прийняття рішень як ефективний інструмент, що є найбільш економічним у плані задіяних у процесі моделювання дослідницьких ресурсів. Поряд з наведеною вище моделлю оптимізації випуску продукції можна навести приклади багатьох інших оптимізаційних моделей, наприклад моделі оптимізації прибутку:

$$\tilde{\varphi}(x) = p\varphi(x) - \langle w, x \rangle,$$

де  $p$  – ціна продукції, а  $w = (w_1, \dots, w_n)^T$  – вектор цін на ресурси. Якщо допустиму множину, як і раніше, формують обмеження (1)-(3), то модель оптимізації прибутку має вигляд

$$\begin{cases} \tilde{\varphi}(x) \rightarrow \max, \\ x \in X. \end{cases} \quad (10)$$

У випадку функції

$$\tilde{\varphi}_x(x) = p \langle c, x \rangle - \langle w, x \rangle$$

модель (10) конкретизується як задача лінійного програмування

$$\begin{cases} p \langle c, x \rangle - \langle w, x \rangle \rightarrow \max, \\ x \in X. \end{cases} \quad (11)$$

На основі моделі (11) можна побудувати однозначне відображення  $\tilde{F}: P \rightarrow \mathbb{R}_+$ , яке кожній точці  $(r, z)^T \in P$  ставить у відповідність значення  $(\langle c, x^*(r, z) \rangle - \langle w, x^*(r, z) \rangle)$ , тобто також є еколого-економічною функцією, яка служить для прийняття рішень у процесах екологізації економіки. Алгоритм побудови функції  $\tilde{F}$  аналогічний до алгоритма побудови функції  $F$ . Крім функцій  $F$  та  $\tilde{F}$ , які у цьому дослідженні репрезентують функціональні моделі прийняття рішень в умовах визначеності та можуть бути побудованими на основі структурних оптимізаційних моделей, причому у явному аналітичному вигляді, можна навести приклади багатьох інших функціональних моделей цього класу, виокремлення якого із класу моделей прийняття рішень є доцільним як із-за його специфіки, так і у зв'язку з його значущістю для аналізу і моделювання еколого-економічних систем та управління ними.

**Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямі.** Запропоновані у роботі еколого-економічні функції та їхні аналоги можна вважати моделями прийняття рішень у екологічній економіці, які є еквівалентами оптимізаційних моделей такого призначення, але у багатьох ситуаціях більш зручними на практиці. Методика побудови таких функцій не залежить від розмірності базових оптимізаційних

моделей, але звичайно є найбільш ефективною тоді, коли оптимізаційні моделі формалізуються задачами невеликої розмірності, що часто має місце при моделюванні економіки, особливо, коли йдеться про макрорівень. Особливість запропонованих моделей еколого-економічних функцій як моделей прийняття рішень ще й у тому, що вони формалізують жорсткий контроль за виконанням екологічних обмежень (2) для виробництва. В умовах такого контролю виробник зобов'язаний задовольняти екологічні нормативи і чітко притримуватися екологічного законодавства, у якому повинні бути прописані відповідні жорсткі санкції за його порушення. Така ситуація спонукає виробників замінювати «брудні» технології більш «чистими», а в ідеалі прагнути до безвідходного виробництва. Наведені у роботі еколого-економічні функції, як і оптимізаційні моделі, що служать основою для побудови цих функцій, можуть бути корисними, наприклад при розробці екологічних стандартів та технологічної політики для економіки окремих регіонів чи країни у цілому. Виходячи з цього, можна констатувати наявні перспективи продовження наукових досліджень у цьому напрямку та застосування їхніх результатів на практиці.

### **Список використаних джерел:**

1. Римский клуб / Философские словари. URL: <http://www.philospedia.com/31/208/1660342.html>
2. Григорків М. В. Динамічні моделі еколого-економічних систем в умовах соціально-економічної кластеризації : монографія. Тернопіль : Економічна думка THEU, 2020. 415 с.
3. Григорків В. С. Построение производственных функций при заданных линейных технологиях. *Проблемы управления и информатики*. Київ, 1999. №5. С. 145–150.
4. Григорків В. С. Моделирование эколого-экономических функций структурного типа. *Кибернетика и системный анализ*. Київ, 2002. №1. С. 160–167.
5. Григорків В. С., Буяк Л. М. Моделювання виробничих функцій оптимальних випусків у випадку двосторонніх лінійних технологічних обмежень. *Економічна кібернетика*. Донецьк, 2001. № 1–2. С. 25–31.
6. Григорків В. С., Буяк Л. М. Про структурний підхід в економіко-математичному моделюванні виробничих та еколого-економічних функцій оптимальних випусків і затрат. *Вісник Чернівецького торговельно-економічного інституту*. Чернівці, 2002. Вип. 2, ч. 2. С. 178–183.
7. Тадеєв Ю. П. Динамічні макроекономічні виробничі функції та їх двоїстий аналіз. *Сталий розвиток економіки*. 2012. №3. С. 117–124.

## МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

8. Ляшенко І. М., Хрущ І. М. Еколого-економічна виробнича функція та функція прибутку галузі з заданим розподілом потужностей по технологіях. *Економічна кібернетика*. Донецьк, 2007. № 5–6 (47–48). С. 4–11.

9. Хрущ Л. З. Еколого-економічні виробничі функції (побудова та застосування у прогнозуванні). *Моделювання та інформаційні системи в економіці : зб. наук. пр.* Київ : КНЕУ, 2007. Вип. 76. С. 155–165.

10. Григорків В.С. Моделювання економіки : навчальний посібник. Чернівці : ЧНУ, 2019. 360 с.

### References:

1. *Club of Rome*. Filsofskie slovari. URL: <http://www.philospedia.com/31/208/1660342.html> (in Russ.).

2. Hryhorkiv, M.V. (2020). *Dynamichni modeli ekologo-ekonomichnykh system v umovax socialno-ekonomichnoyi klasteryzatsiyi* [Dynamic models of eco-economic systems in the conditions of socio-economic clustering]. *Ekonomichna dumka TNEU, Ternopil`*, 415 p. (in Ukr.).

3. Grigorkiv, V.S. (1999). Construction of production functions for given linear technologies. *Problemy upravleniya i informatiki [Problems of Management and Informatics]*, no. 5, pp. 145–150 (in Russ.).

4. Grigorkiv, V.S. (2002). Modeling of ecological-economic functions of structural type. *Kibernetika i sistemnyj analiz [Cybernetics and Systems Analysis]*, no. 1, pp. 160–167 (in Russ.).

5. Hryhorkiv, V.S., Buiak L.M. (2001). Modeling of production functions of optimal outputs in case of bilateral linear technological constraints. *Ekonomichna kibernetika [Economic Cybernetics]*, no. 1–2, pp. 25–31 (in Ukr.).

6. Hryhorkiv, V.S., Buiak, L.M. (2002). On the structural approach in economic-mathematical modeling of production and ecological-economic functions of optimal outputs and costs. *Visnyk Chernivets'koho torhovel'no-ekonomichnoho instytutu [Scientific Bulletin of the Chernivtsi Trade and Economic Institute]*, Vyp. 2, ch. 2, pp. 178–183 (in Ukr.).

7. Tadeiev, Yu.P. (2012). Dynamic macroeconomic production functions and their dual analysis. *Stalyy rozvytok ekonomiky [Sustainable economic development]*, no. 3, pp. 117–124 (in Ukr.).

8. Liashenko, I.M., Khrusch, I.M. (2007). Ecological and economic production function and the profit function of the industry with a given distribution of capacity by technology. *Ekonomichna kibernetika [Economic Cybernetics]*, no. 5–6 (47–48), pp. 4–11 (in Ukr.).

9. Khrusch, L.Z. (2007). Ecological and economic production functions (construction and application in forecasting). *Modelyuvannya ta informatsiyini systemy v ekonomitsi [Modeling and information systems in economics]*. KNEU, Kyiv, vyp. 76, pp. 155–165 (in Ukr.).

10. Hryhorkiv, V.S. (2019). *Modeliuvannia ekonomiky [Modeling the economy]*. ChNU, Chernivtsi, 360 p. (in Ukr.).